

حساب المساحات

Calculs d'aires

تمرين 1

f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2x + 1}$

($\mathcal{C}$) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد

حقيقي $x > -1$ فإن $f(x) = a + \frac{b}{(x+1)^2}$.

2- احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. فسّر النتيجة بيانيا.

- شكّل جدول تغيرات الدالة f ثم ارسم بيانها ($\mathcal{C}$).

3- احسب المساحة للحيز المستوي المحدّد بالمنحني ($\mathcal{C}$)

والمستقيمات التي معادلاتها: $x = 1$ ، $x = 3$ و $y = 0$.

4- احسب $I = \int_0^3 \frac{2}{(x+1)^2} dx$. أعط تفسيرا بيانيا لـ I .

1,5 u.a | 2,5 u.a

تمرين 2

1- شكّل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على المجال

$]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - (x+1)\ln(x+1)$.

استنتج أنّ: من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ فإنّ $g(x) < 0$.

2- f الدالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$.

بيّن أنّ الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-1; +\infty[$.

3- بيّن أنّ: من أجل كل $1 \leq x \leq 3$ ، $\frac{2\ln 2}{3} \leq f(x) \leq \ln 2$.

استنتج حصرا لمساحة الحيز المستوي S المحدّد بالمنحني

الممثل للدالة f والمستقيمات: $x = 1$ ، $x = 3$ و $y = 0$.

$0,9 \leq S \leq 1,4$

تمرين 3

f دالة معرفة على $]-\infty; 2[$ بـ: $f(x) = (x^2 - x - 1)e^x$

($\mathcal{C}$) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. فسّر النتيجة بيانيا.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ج) عيّن نقاط تقاطع ($\mathcal{C}$) مع المحورين ثم ارسم ($\mathcal{C}$).

2- g دالة معرفة بـ: $g(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$.

عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل $x \leq 2$

تكون الدالة g دالة أصلية للدالة f .

3- احسب مساحة الحيز المحدّد بالمنحني ($\mathcal{C}$)، محور

الفواصل والمستقيمين اللذين معادلاتهما: $x = 0$ ، $x = 1$.

4- m وسيط حقيقي. نعتبر الدالة h_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$h_m(x) = (x^2 + mx - 1)e^x$$

(أ) أثبت أنّ جميع المنحنيات ($\mathcal{C}_m$) الممثلة للدالة h_m تشمل نقطة ثابتة A (مستقلة عن الوسيط m) يطلب تعيينها.

(ب) ناقش حسب قيم m الأوضاع النسبية لـ ($\mathcal{C}_m$) و ($\mathcal{C}_{2m-1}$).

(ج) عيّن قيمة العدد m حتى يقبل منحني الدالة h_m عند النقطة ذات الفاصلة 3- مماسا يوازي حامل محور الفواصل.

$m=1$ | $A(0;-1)$ | $2 u.a$ | $2; -3; 1$

تمرين 4

f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - \frac{4}{e^x - 1}$

($\mathcal{C}$) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. استنتج أنّ المنحني

($\mathcal{C}$) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (Δ) معادلته $y = x$.

- ادرس وضعية المنحني ($\mathcal{C}$) بالنسبة للمستقيم (Δ).

- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

2- بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على

$]-1; +\infty[$ ، تحقّق أنّ $1,3 < \alpha < 1,4$. ارسم (Δ) و ($\mathcal{C}$).

3- عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد

حقيقي $x > 0$ فإنّ: $f(x) = ax + b + \frac{ce^x}{e^x - 1}$

4- احسب المساحة $A(\lambda)$ ($\lambda > \ln 2$) لمجموعة النقط $M(x; y)$

حيث: $\ln 2 \leq x \leq \lambda$ و $f(x) \leq y \leq x$. احسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$.

- بيّن أنّ $A(\alpha) = -4(\alpha + \ln \alpha - 3\ln 2)$. احصر $A(\alpha)$.

$4\ln 2 u.a$ | $4[-\lambda + \ln 2 + \ln(e^{\lambda} - 1)] u.a$

تمرين 5

f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1 + 2\ln x}{x}$

($\mathcal{C}$) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

- ادرس وضعية ($\mathcal{C}$) بالنسبة لحامل محور الفواصل.

- ارسم المنحني ($\mathcal{C}$). وحدة الطول 2cm.

2- احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المحدّد بالمنحني ($\mathcal{C}$) محور

الفواصل والمستقيمين اللذين معادلاتهما $x = \frac{1}{e}$ و $x = \sqrt{e}$.

3- g الدالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = f(\sqrt{x})$

باستعمال مشتقة دالة مركبة، شكّل جدول تغيرات الدالة g .

5 cm^2